Matemáticas

Selectividad Propuestos

Determinantes

1. Demostrar que si A es una matriz de orden 2x2 y A^t su traspuesta, entonces se verifica que $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

(Prueba previa selectividad 1994)

2. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

a) Determina si tiene inversa y obtenla.
b) Comprueba, aplicando la definición, que la solución es correcta.
c) Escribe un ejemplo de matriz de 2x2 que no tenga inversa.

(Prueba previa selectividad 1994)

3. Averiguar para que valores del parámetro t la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & t & 4 \\ -1 & 3 & t \end{pmatrix}$ no tiene inversa

a) Calcular la matriz inversa de A para t = 1 , si es posible
b) Llamando B a la matriz inversa de A, si det(A) = 5, ¿ cuanto vale det(B) ?

(Prueba previa selectividad 1994)

4. Calcular el valor del determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

(Selectividad Septiembre 1994)

5. Sea A una matriz cuadrada y sea I la matriz unidad. Pruebese que si $A^2 + 5A = I$, entonces A es una matriz regular.

(Selectividad Septiembre 1994)

6. Sean A y B dos matrices cuadradas de igual tamaño. Se sabe que las matrices M = A + B y N = A - B son regulares. Analicese si A y B han de ser, entonces, regulares. (Si la respuesta es afirmativa, justifiquese; en caso contrario, dese un contraejemplo que lo confirme).

(Prueba previa selectividad 1995)

7. Encontrar las transformaciones de filas y columnas que hay que hacer con el determinante adjunto para probar la igualdad. Justificar la respuesta.

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{vmatrix} = (a+3)(a-1)^3$$

(Selectividad Junio 1995)

8. Obtener el determinante Δ en función de Δ_1, siendo:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a'+b' & b'+c' & c'+a' \\ a''+b'' & b''+c'' & c''+a'' \end{vmatrix} \qquad \Delta_1 = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix}$$

Selectividad Junio 1997

9. Siendo las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) ¿ es cierto que det(AB) = det(BA) ?

b) Calcular, si es posible, la inversa de AB

Prueba previa Selectividad 1998

10. Se considera la matriz

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ t & 2 & t^2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Determinar los valores del número real t para los que el determinante de A(t) es cero.

b) Hallar la inversa de la matriz A(t) para t = -1.

c) Resolver para t = 1 el sistema.

$$A(t) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Prueba previa Selectividad 1998.