MATHpines

Prof. M.Díaz-Pinés

MATEMÁTICAS APLICADAS CC.SS.

SELECTIVIDAD junio 2005
Metodología de RESOLUCIÓN

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

OPCIÓN A

2. (Puntuación máxima : 3 puntos)

La función

$$\mathrm{B}(x) = \frac{-x^2 + 9\,x - 16}{x}$$

representa, en miles de euros , el beneficio neto de un proceso de venta, siendo x el número de artículos vendidos. Calcular el número de artículos que deben venderse para obtener el beneficio máximo y determinar dicho beneficio máximo.

Resolución

Desarrollo metodológico

I . Localización del problema

Análisis

Funciones reales de variable real

Optimización

II. Datos y cuestiones

d) Datos

d1. Nos dan la expresiónde una función $\mathrm{B}(x)$

d2. Es una función racional polinómica

c) Cuestiones

c1. Nos piden calcular el valor de x al que corresponde el máximo de la función

III. Análisis del problema

a1) Nos piden el máximo de una función

a2) La variable x significa "ventas". Por tanto, sólo tiene sentido para valores " no negativos "

IV. Planteamiento

p1) Partimos de la expresión $\mathrm{B}(x)$

p2) Imponemos) $\dfrac{d\mathrm{B}(x)}{dx} = 0$ y obtenemos los valores críticos x_0 de x

p3) Hay que discutir las soluciones "matemáticas" por si algunas no tuviesen sentido en el caso de $B(x)$ que sólo admite valores " no negativos " de x que es el número de artículos vendidos

p3) Estudiamos los valores correspondientes de la función

p4) Comprobamos para qué valores x_0 dan $\left[\frac{d^2\, p(x)}{dx^2}\right][x_0] < 0$

V. Ampliación

a1) Gráfica de la función

a2) Gráfica restringida al caso particular del significado de $B(x)$ y x

$$B(x) = \frac{-x^2+9\,x-16}{x}$$

$$\frac{dB}{dx} = \frac{-2\,x+9}{x} - \frac{-x^2+9\,x-16}{x^2}$$

$$\frac{dB}{dx} = -\frac{x^2-16}{x^2}$$

$$\frac{dB}{dx} = -\frac{(x-4)\,(x+4)}{x^2}$$

Valores críticos de x

$$x_1 := -4$$

$$x_2 := 4$$

La solución $x_1 = -4$ carece de sentido

La función toma , por tanto, sólo el valor aceptable

$$B(4) = 1$$

Estudio de $\frac{d^2\,B}{dx^2}$

$$\frac{d^2\,B}{dx^2} = -\frac{2}{x} - 2\,\frac{-2\,x+9}{x^2} + 2\,\frac{-x^2+9\,x-16}{x^3}$$

$$\frac{d^2\,B}{dx^2} = -\frac{32}{x^3}$$

Podemos usar también la notación

$$\frac{d^2\,B}{dx^2} = D(D(B))(x)$$

$$D(D(B))(4) = \frac{-1}{2}$$

$$D(D(B))(4) < 0,\ maximo$$

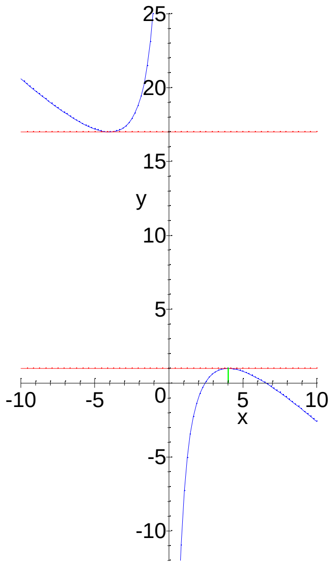
<u>Conclusión</u> :

Han de venderse 4 artículos y el beneficio máximo correspondiente es 1 millar de euros

$x = 4$, $B(4) = 1$ millar de euros

Ampliación

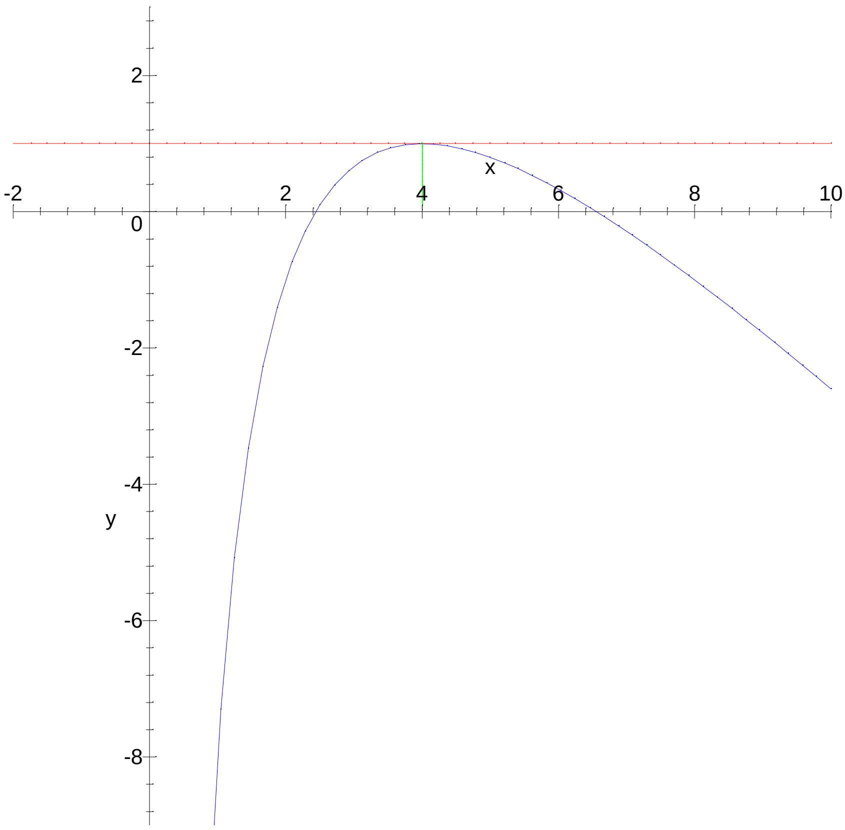
Gráfica



$$y = \frac{-x^2 + 9\,x - 16}{x}$$

Tiene una asíntota vertical $x = 0$ (eje OY)

Caso particular de $\mathrm{B}(x)$ por su significado



$$y=\frac{-x^2+9\,x-16}{x},\ x=4,\ \mathrm{B}(4)=1,\ maximo,\ \mathrm{M}(4,\,1)$$

Casos de beneficio nulo

$$\frac{-x^2+9\,x-16}{x}=0$$

$$x^2-9\,x+16=0$$

$$\frac{9}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17},\ \frac{9}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}$$

$$6.6,\ 2.4$$

<u>Discusión</u>

Observamos que no hay solución a este problema añadido
Los valores de x han de ser números naturales (enteros positivos)
No podemos vender 6.6 ó 2.4 artículos

Solución : $x=4$ artículos , $\mathrm{B}(4)=1$ millar de euros