30. Una pared de 8 pies de altura dista $3\frac{3}{8}$ pies de una casa. Hallar la escalera más corta que llegue del piso a la casa cuando se inclina sobre la pared.

Respuesta: $15\frac{5}{8}$ pies

31. Una compañía ofrece el siguiente plan de cargos: \$30 por mil pedidos de 50,000 o menos, con un descuento de $37\frac{1}{2}$ ¢ por cada mil que esté por encima de los 50,000. Hallar el tamaño del pedido que consiga que los recibos de la compañía sean un máximo.

Respuesta: 65,000

32. Hallar una ecuación de la recta que pasa por el punto (3, 4) que corta en el primer cuadrante a un triángulo de área mínima.

Respuesta: $4x + 3y - 24 = 0$

33. ¿En qué punto del primer cuadrante de la parábola $y = 4 - x^2$ la recta tangente, junto con los ejes coordenados, determinan un triángulo de área mínima?

Respuesta: $(2\sqrt{3}/3, 8/3)$

34. Hallar la distancia mínima del punto (4, 2) a la parábola $y^2 = 8x$.

Respuesta: $2\sqrt{2}$

35. (*a*) Analizar los valores máximos y mínimos de y en $2x^2 - 4xy + 3y^2 - 8x + 8y - 1 = 0$. (*b*) (CG) Verificar la respuesta en (*a*) con una calculadora graficadora.

Respuesta: Máximo en (5, 3); mínimo en (−1, −3)

36. (CG) Hallar el máximo y el mínimo absolutos de $f(x) = x^5 - 3x^2 - 8x - 3$ en $[-1, 2]$ con precisión de tres cifras decimales.

Respuesta: Máximo 1.191 en $x = -0.866$; mínimo -14.786 en $x = 1.338$

37. Una corriente eléctrica, cuando fluye en un conductor circular de radio r, ejerce una fuerza $F = \dfrac{kx}{(x^2 + r^2)^{5/2}}$ en un imán pequeño ubicado a una distancia x sobre el centro del conductor. Demostrar que F es máxima cuando $x = \frac{1}{2}r$.

38. El trabajo realizado por una célula voltaica de fuerza electromotriz constante E y resistencia interna constante r al pasar una corriente estacionaria por una resistencia externa R, es proporcional a $E^2R(r + R)^2$. Demostrar que el trabajo realizado es máximo cuando $R = r$.

39. Una recta tangente se dibuja a la elipse $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ de manera que la parte interceptada por los ejes de coordenadas es un mínimo. Probar que su longitud es 9.

40. Un rectángulo está inscrito en la elipse $\frac{x^2}{400}+\frac{y^2}{225}=1$ con sus lados paralelos a los ejes de la elipse. Hallar las dimensiones del rectángulo de (*a*) área máxima y (*b*) perímetro máximo que pueda inscribirse de esta manera.

Respuesta: (*a*) $20\sqrt{2}\times 15\sqrt{2}$; (*b*) 32×18

41. Hallar el radio R del cono circular recto de volumen máximo que pueda inscribirse en una esfera de radio r. (El volumen de un cono circular recto de radio R y altura h es $\frac{1}{3}\pi R^2 h$.)

Respuesta: $\frac{2}{3}r\sqrt{2}$

42. Un cilindro circular recto está inscrito en un cono circular recto de radio r. Hallar el radio R del cilindro si: (*a*) su volumen es un máximo; (*b*) su área lateral es un máximo. (El volumen de un cilindro circular recto de radio R y altura h es $\pi R^2 h$ y su área lateral es $2\pi Rh$.)

Respuesta: (*a*) $R=\frac{2}{3}r$; (*b*) $R=\frac{1}{2}r$

43. Demostrar que una carpa cónica de volumen dado necesitará la cantidad mínima de material cuando su altura h es $\sqrt{2}$ por el radio r de la base. [Se observa primero que el área de la superficie $A=\pi(r^2+h^2)$.]

44. Demostrar que el triángulo equilátero de altura $3r$ es el triángulo isósceles de área mínima que se circunscribe en un círculo de radio r.

45. Determinar las dimensiones de un cilindro circular recto de máxima área de superficie lateral que puede inscribirse en una esfera de radio 8.

Respuesta: $h=2r=8\sqrt{2}$

46. Investigar la posibilidad de inscribir un cilindro circular recto de área total máxima (incluidos su pico y su base) en un cono circular recto de radio r y altura h.

Respuesta: Si $h>2r$, radio del cilindro $=\frac{1}{2}\left(\frac{hr}{h-r}\right)$

15. Hay que construir una caja abierta rectangular con base cuadrada que contenga 6400 pies^3 a un coste de 0.75 dólares/pies^2 para la base y 0.25 dólares/pies^2 para los laterales. Hallar las dimensiones más económicas.

Solución:

$20 \times 20 \times 16$ pies.

16. Un muro de 8 pies de altura está a $3\frac{3}{8}$ pies de una casa. Hallar la escalera más corta que llegará desde el suelo hasta la casa por encima del muro.

Solución:

$15\frac{5}{8}$ pies.

17. Una empresa ofrece en sus ventas: 30 dólares por millar para pedidos de 50 000 o menos, con un descuento por millar de $37\frac{1}{2}$¢ por cada millar por encima de 50 000. Hallar el tamaño del pedido que hace máximos los ingresos de la empresa.

Solución:

65 000.

18. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (3, 4) y corta del primer cuadrante un triángulo de área mínima.

Solución:

$4x + 3y - 24 = 0$.

19. ¿En qué punto del primer cuadrante de la parábola $y = 4 - x^2$ determina la tangente, junto con los ejes coordenados, un triángulo de área mínima?

Solución:

$(2\sqrt{3}/3,\ 8/3)$.

20. Hallar la distancia mínima del punto (4, 2) a la parábola $y^2 = 8x$.

Solución:

$2\sqrt{2}$ unidades.

21. Se traza una tangente a la elipse $x^2/25 + y^2/16 = 1$ de forma que la parte interceptada por los ejes coordenados sea mínima. Probar que su longitud es 9.

22. Se inscribe un rectángulo en la elipse $x^2/400 + y^2/225 = 1$ con sus lados paralelos a los ejes de la elipse. Hallar las dimensiones del rectángulo de (*a*) área máxima y (*b*) perímetro máximo que puede ser inscrito.

Solución:

(*a*) $20\sqrt{2} \times 15\sqrt{2}$; (*b*) 32×18.

23. Hallar el radio R del cono circular recto de volumen máximo que se puede inscribir en una esfera de radio r.

Solución:

$R = \frac{2}{3}r\sqrt{2}$.

24. Un cilindro circular recto se inscribe en un cono circular recto de radio r. Hallar el radio R del cilindro si (*a*) su volumen es máximo; (*b*) su área lateral es máxima.

Solución:

(*a*) $R = \frac{2}{3}r$; (*b*) $R = \frac{1}{2}r$.

25. Probar que una tienda cónica de capacidad dada requiere la mínima cantidad de material si su altura es $\sqrt{2}$ veces el radio de la base.

26. Probar que el triángulo equilátero de altura $3r$ es el triángulo isósceles de menor área que circunscribe un círculo de radio r.

27. Determinar las dimensiones del cilindro circular recto de máxima área lateral que puede inscribirse en una esfera de radio de 8 pulgadas.

Solución:

$h = 2r = 8\sqrt{2}$ pulgadas.

28. Investigar la posibilidad de inscribir un cilindro circular recto de área total máxima en un cono circular recto de radio r y altura h.

Solución:

Si $h > 2r$, radio del cilindro $= \frac{1}{2}hr/(h - r)$.