ANUALIDADES DIFERIDAS

Definición: Se pospone la realización de los cobros o pagos, se adquiere hoy un artículo a crédito para pagar con abonos mensuales; el primer pago habrá de hacerse seis meses después de adquirida la mercancía.

Simbología:

R = pago periódico de una anualidad o renta

i = tasa efectiva por período de capitalización

j = tasa nominal anual

m = número de capitalizaciones en el año

j/m = tasa nominal con m períodos de capitalización en el año

n = número de períodos de interés o pago

S = monto de una anualidad

A = valor presente a la anualidad

<u>Ejemplo</u>: Considerar una anualidad de $ 1,000.00 anuales, durante 4 años al 5 %.

Datos:

C = 1,000

n = 4 años

i = 5 % = 0.05

S =?

S = 1,000 + 1,000 (1.05)1 + 1,000 (1.05)2 + 1,000 (1.05)3 = 4,310.12

S = 4,310.12

Nota: Puesto que el primer pago gana intereses de 3 años, el segundo pago 2 años, el tercero 1 año y el cuarto coincide con el término del plazo que se tiene.

<u>Ejemplo</u>: Considerar una anualidad de $ 1,000.00 anuales, durante 4 años al 8 %.

S = 1,000 + 1,000 (1.08)1 + 1,000 (1.08)2 + 1,000 (1.08)3 = 3,246.41

S = 3,246.41

<u>Ejemplo</u>: Considerar una anualidad del $ 1,500.00 anuales, durante 3 años al 3%.

Datos:

$C = 1{,}500$

$n = 3$ años

$i = 3\ \% = 0.03$

$S = ?$

$S = 1{,}500 + 1{,}500\ (1.03)^1 + 1{,}500\ (1.03)^2$

$S = 1{,}500 + 1{,}545 + 1{,}591.35 = 4{,}636.35$

$S = \$\ 4{,}636.35$

Valor Presente: El valor presente A de una anualidad es la suma de los valores presentes de los distintos pagos, cada uno descontado al principio del plazo, por tanto, con respecto al ejercicio anterior.

$A = 1{,}000 + 1{,}000\ (1.05)^{-1} + 1{,}000\ (1.05)^{-2} + 1{,}000\ (1.05)^{-3} + 1{,}000\ (1.05)^{-4}$

$A = 1{,}000 + 952.38 + 907.02 + 863.83 + 822.702 = 4{,}545.932$

$A = C\ (1+i)^{-n}$ Valor Presente

Tanto en el cálculo de monto y de valor presente de anualidades, pueden calcularse mediante logaritmos, calculadoras y en la práctica el uso de tablas que tiene tabulados los valores más comunes.

Ejemplo: Una persona que viaja fuera de su localidad deja una propiedad en alquiler por 5 años, con la condición que se pague $ 9,000.00 por trimestre vencido, que serán depositados en una cuenta de ahorros que paga 8 % nominal anual. Hallar el monto en los 5 años y el valor actual del contrato de alquiler.

$S = R\ S_{n\ i}$ Monto

Datos.

$R = 9{,}000$ $S = 9{,}000\ S_{20\ 0.02}$

$j = 8\ \% = 8.08$ $S = 9{,}00\ (\ 24.29736980)$

$m = 4$ $S = 218{,}676.32$

$i = j/m = 0.02$

$n = 4 \times 5 = 20$ trimestres

$A = R\ A_{n\ i}$ Valor actual

$A = 9{,}000\ A_{20\ 0.02}$

$A = 9{,}000\ (16.35143334)$

A = 147,162.9

Ejemplo: hallar el monto y el valor actual de una anualidad de $ 5,000.00 pagadera semestralmente durante 7 años 6 meses al 8.6 % capitalizable anual (calculadora)

R (1+i)n−1

S =

i

Datos:

R = 5,000

n = 7 ½ = 15 semestres

j = 0.086

m = 2

i = j/m = 1.086/2 = 0.043

5,000 (1+0.043) 15−1

S =

0.043

S = 102,379.33

R 1−(1+i)−n

A =

i

5,000 1 − (1+0.043) −15

A =

0.043

A = 54,443.705

Ejemplo: Hallar el monto y el valor actual de una anualidad de $ 100.00 mensuales pagaderos durante 15 años, al 9 % nominal convertible mensualmente.

Datos

R = 100

m = 12

j = 0.09

i = j/m = 0.09/12 = 0.0075

n = 15 años = 180 meses

100 (1+0.0075)180−1

S =

0.0075

S = 37,840.57

100 1− (1+0.0075)−180

A =

0.0075

A = 9,859.3408

<u>Tarea</u>: Hallar el monto y el valor actual de una anualidad de $ 200.00 bimestral pagaderos durante 7 años y medio, al 7.5 % nominal convertible bimestralmente

Datos

R = 200

m = 6

j = 7.5 % = 0.075

i = j/m = 0.075/6 = 0.0125

n = 7 años ½ = 45 bimestres

200 (1+0.0125)45−1

S =

0.0125

S = 11,983.138

200 1− (1+0.0125)−45

A =

0.0125

A = 6,851.6336

CALCULO DE LA RENTA CUANDO SE CONOCE EL MONTO (con TABLAS)

De S = R Sn i se obtiene

1

R = S

Sn i

1

Donde =

Sn i

<u>Ejemplo</u>: ¿Cuál tiene que ser el importe de cada uno de los depósitos semestrales que deberán hacerse en una cuenta de ahorros que paga el 3½ % convertible semestralmente, durante 10 años para que el monto sea de $ 25,000.00 precisamente después del último depósito?

Datos:

S = 25,000

j 3.5 % = 0.035

m = 2

i = j/m = 0.035/ 2 = 0.0175

n = 10 años = 20 semestres

1

R = S

Sn i

1

R = 25,000

S20 0.0175

1

R = 25,000

23.70161119

R = 1,054.78

CALCULO DE LA RENTA CUANDO SE CONOCE EL VALOR PRESENTE

Ejemplo: Calcular los pagos por semestre vencidos, necesarios para cancelar el valor de $ 100,000.00 de una propiedad comprada a 8 años plazo, con el interés del 9 % capitalizable semestralmente.

Datos:

A = 100,000

n = 8 años X 2 = 16 semestres

j = 9 % = 0.09

m = 2

i = j/m = 0.09/2 = 0.045

1

A = A

An i

1

A = 100,000

A16 0.045

1

A = 100,000

11.23401505

A = 8,901.5369

Ejemplo: Calcular los pagos por bimestre vencidos, necesarios para cancelar el valor de $30,000 de una propiedad comprada a 5 ½ años plazo, con el interés del 7 % capitalizable bimestralmente.

Datos:

A = 30,000

n = 5 ½ años = 33 bimestres

j = 7 % = 0.07

m = 6 bim.

I = j/m = 0.07/6 = 0.0116

1

R = 30,000

A33 0.0116 (aprox. 1.16 = 1 ¼ %)

1

R = 30,000

26.90496215

R = 1,115.036

ANUALIDADES PERPETUAS

Se presenta una perpetuidad o anualidad perpetua, cuando se hacen pagos constantes indefinidamente sin límite de tiempo.

Estrictamente hablando, esta clase de anualidad no se presenta en la realidad, por la sencilla razón de que a causa de lo cambiante de las tasas que manejan y ofrecen las instituciones financieras y crediticias también las rentas resultan variables a pesar de que el capital invertido permanezca fijo.

Para que lo anterior se cumpla, el capital al inicio de cada período debe ser el mismo e igual a la inversión inicial, de tal manera que los intereses que se produzcan durante un período, sean equivalentes a la renta de ese período. Bajo esta consideración, para calcular dichos intereses basta aplicar las fórmulas siguientes:

I = nCi Donde I = R R = nCi

R = nCi n = 1

R = Ci i siempre se divide entre p (períodos) i/p

Ejemplo: Con el producto de sus ventas la Lotería Nacional instituye una beca trimestral mediante la donación de un cierto capital C que se invierte al 23 % nominal trimestral. Encontrar ese capital para que el importe becario sea de $ 850.00 por trimestre.

C 850 850 850 850

1 2 K K+1

Datos:

i = 23 % nom. Trim. = 0.23

p = 4 I = R

R = 850 R = nCi

n = 1

C = ?

R

C =

n i/p

850

C = C = 14,782.60

1(0.23/4)

<u>Ejemplo</u>: Obtener la renta trimestral de una perpetuidad cuyo valor actual o capital es de $15,000.00 y devenga intereses del 42 % nominal trimestral.

Datos:

C = 15,000 R = 1(15,000) (0.42/4)

p = 4 R = (15,000) (1.105)

i = 42% trim. = 0.42

n = 1 R = 1,575

R = ?

<u>Ejemplo</u>: Un departamento de interés social se renta en $ 450.00 mensuales, ¿cuál es la tasa de interés si el propietario lo tiene valuado en $ 56,000.00

Datos:

R = 450

C = 56,000

p = 12

n = 1

i = ?

R = nCi/p

R R

= i/p p=i

nC nC

Rp

i =

nC

(450)(12) 5,400

i = = = 0.0964

1(56,000) 56,000

i = 9.64 %

Ejemplo: El Gobierno Federal construye un puente carretero, establece un fondo para mantenimiento, que se prevé costará $ 60,000.00 por bimestre. A partir del 5º año inclusive. Obtener el valor actual del fondo si se ganan intereses del 45 % convertible bimestralmente.

R = nCi

R = 60,000

n = 1

i = 45 % = 0.45

p = 6

(60,000)(6)

C = = 800,000

1(0.45)

Otras formas de despejar

GRADIENTES

Es una serie de cosas en progresión.

Producto Nacional Bruto (PNB):

Representa el valor total de los actuales precios de todos los bienes y servicios producidos para venta más el valor estimado de ciertas producciones implícitas.

Principales componentes del PNB:

- Desembolso de consumo personal
- Bienes durables
- Bienes no durables
- Servicios
- Inversión doméstica privada bruta

- Exportaciones netas de bienes y servicios
- Compras gubernamentales de bienes y servicios (federal, estatal, local).

METODO DE DEPRECIACIÓN DE LINEA RECTA

El método más sencillo para considerar la depreciación lo constituye el método de línea recta. Este método reparte la depreciación de una manera uniforme, a través de la vida útil del activo.

W

R =

n

A medida que un activo se deprecia, el valor en libros en cualquier momento dado será igual a:

Costo original − (cargo periódico X número de cargos)

Ejemplo: Una máquina tuvo un costo de $ 5,000 y se le estimó un valor de desecho de $ 500 al cabo de 5 años. Determine el cargo anual por depreciación y el valor en libros al final de 3 años.

W = C − S S = valor de desecho

W = 5,000 − 500 = 4,500 C = capital

W 4,500

R = = = 900

n 5

El valor en libros al final de 3 años = 5,000 − (900 X 3) = 2,300

Nota: para un activo con 5 años de vida, la tasa sería de 1/5 o 20 % y la depreciación anual conforme el método de línea recta sería del 20 % sobre el costo.

METODO DE SUMA DE DIGITOS

Este método constituye un método muy sencillo que pretende que los cargos por depreciación en los primeros años de vida del activo fijo sean suficientemente grandes.

La depreciación para cada uno de los años representara una fracción del valor depleciable.

Por ejemplo: 3 años son iguales a, 1+2+3=6.

Ejemplo: Una maquina cuesta $5,000.00, sé a estimado un valor de desecho al cabo de 5 años por un valor de $500.00. Determine las provisiones anuales de depreciación.

Solución:

Suma de años digitos: 1+2+3+4+5=15.

Año Provisiones para depreciación.

1 5,000.00 − 500.00= 4,500.00 4,500.00 por 5/15 = 1,500.00

2 4,500.00 por 4/15 = 1,200.00

3 4,500.00 por 3/15 = 900.00

4 4.500.00 por 2/15 = 600.00

5 4,500.00 por 1/15 = 300.00

NOTA: Observe que la mayor parte del costo se recupera en los primeros años de la vida del activo.

AMORTIZACIONES

SALDOS INSOLUTOS, DE HECHOS ADQUIRIDOS Y CUADRO DE AMORTIZACIONES.

Con el propósito de ver como varia con cada abono la porción que amortiza al capital que se adeuda, para obtener el saldo insoluto en cualquier momento o para conocer con precisión la magnitud de los intereses, que en algunos lugares son deducibles de impuestos (de ahí su importancia). Es de mucha utilidad el recurso de una tabla o cuadro de amortización.

Por otro lado y simplemente para no pagar mas intereses, puede suceder que antes de vencerse el plazo, el deudor pretenda al liquidar el resto de su deuda mediante un desembolso anual. Puede suceder y esto es más frecuente, que al haber comprado en abonos una casa, departamento, terreno o cualquier otro bien, se tenga la necesidad de venderlo o traspasarlo antes de terminar de pagarlo.

<u>Ejemplo</u>: Supóngase que se consigue un préstamo de $1,000.00 que se liquidara con 10 pagos mensuales iguales y recargos del 24% nominal mensual.

Datos: Formula: −np

C= $1,000.00 n= np C= R 1− (1+i/P) / (i/p)

n= 10 np= 10

P= 12 −10

i= .24 1,000.00 = R 1− (1+.020) / .020

i/P = .24/12 = .020

1,000.00 = R (8.982585)

R = 1,000.00 / 8.98255

R = 111.326527

TABLA DE AMORTIZACIONES:

PERIODO	RENTA	INTERES	AMORTIZACION	SALDO

		I = Cni	A = R − I	INSOLUTO
0	−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−	−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−	−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−	$1,000.00
1	111.326527	20.00000	91.32653	$ 908.67347
2	111.326527	18.17346	93.15306	$ 815.52040
3	111.326527	16.31040	95.01611	$ 720.50428
4	111.326527	14.41008	96.91644	$ 623.58783
5	111.326527	12.47175	98.85477	$ 524.73305
6	111.326527	10.49466	100.83186	$ 423.90118
7	111.326527	8.47802	102.84850	$ 351.05267
8	111.326527	7.02105	104.30547	$ 246.74719
9	111.326527	4.93494	106.39158	$ 140.35560
10	111.326527	2.80711	108.51941	$ 31.83618

113.2653

I = M − C

(R) (P) − C

I = (111.326527)(10) − 1,000.00 I = 113.2653

Para corroborar algún numero de pago de alguna mensualidad, tenemos:

DEUDA ORIGINAL = SALDO + DERECHOS ADQUIRIDOS POR EL DEUDOR.

Donde np = es él numero de pagos que faltan por realizare.

Ejemplo: Del ejemplo anterior corroborar el octavo pago:

−np

C = R 1− (1 + i/P) / (i/p)

−8

C = (111.326527) 1 − (1 + .020) / 0.20

C = (111.326527) (7.32548)

C = 815.52040

AMORTIZACION GRADUAL

La parte que amortiza el capital va creciendo gradualmente como se avanza con los pagos.

Debe cumplirse que la magnitud de cada periodo sea mayor que los intereses que genera la deuda, porque de lo contrario esta nunca se cancelaría, sino que más bien, aumentaría con el tiempo.

Ejemplo: Para pagar su colegiatura anual, el padre de un estudiante consigue un préstamo por $7,000.00 con recargos del 18% nominal. ¿Cuántos abonos quincenales de $700.00 le serán necesarios para amortizar su adeudo?

Datos: Formula: −np

C = $7,000.00 C = R 1 − (1 + i/p) / (i/p)

i = 18% = i/j = .18/24 = 0.0075 −24n

R = 700.00 7,0000 = 700 1−(1+0.0075) / 0.0075

P = 24 quincenas −24n

n = ¿ 7,000 /700 = 1−(1+0.0075) / 0.0075

−24n

10 (0.0075) = 1− (1.0075)

−24n

0.075 − 1 = − (1.0075)

−24n

−1 − 0.925 = − (1.0075)

−24n

0.925 = (1.0075) propiedades de los logaritmos:

n

ln X = n ln X

ln 0.925 = −24n ln 1.0075

−0.07796 = −24n 0.007472014

−0.07796 = −0.17933 n

n = −0.07796 / −0.17933

n = .43473 Esto es años pero lo que buscamos es en quincenas, por lo tanto tenemos: (.43473)(24 quincenas)

= 10.4335.

recalculando con n=10.43 tenemos:

−np

C = R 1 − (1+i/P) / (i/P)

−10.43

7,000 = R 1 − (1+0.0075) / 0.0075

7,000 = R (9.9964)

R = 7,000 / 9.9964

R = $700.25

AMORTIZACION CONSTANTE

Sé a dicho que el sistema de amortización constante se presenta cuando cada pago, la porción que reduce al capital se mantiene constante y no creciente como en el gradual. Esta amortización es siempre la misma y esto da origen a que el tamaño de los pagos se reduzca paulatinamente.

FORMULAS:

El primer pago: R1 = (C/np)(1+in); el N−esimo es:

RN = (C/np) 1+in − (N−1)(i/p)

2

La diferencia entre dos pagos sucesivos es: d = Ci / np

Donde:

C = Deuda original, el valor actual.

n = Plazo en años.

p = Numero de amortizaciones por año.

i = tasa de interes compuesto.

N = Numero de periodos.

<u>Ejemplo</u>: Con el sistema de amortización constante, los intereses del 60% nominal quincenal y un plazo de 2 años, calcular la magnitud de los primeros cuatro pagos quincenales que se hacen para amortizar un adeudo de $4,800.00 y elaborar un cuadro de amortización. También calcular los derechos poco después de haber hecho el abono numero 35.

Datos:

$i = 60$ % quincenal

$n = 2$ años

$C = \$4,800.00$

$np = 24$ quincenas en un año

R1 = ¿

R2 = ¿

R3 = ¿

FORMULA:

$R1 = (C/np)(1+in)$

$R1 = (4,800/48)(1+(.60)(2))$

$R1 = 220$

DIFERENCIA:

2

$d = Ci/np$

2

$d = (4,800)(.60) / 2(24)$

$d = 2,880 / 1,152$

$d = 2.50$

Teniendo este dato podemos obtener las R2, R3 y R4:

$R2 = R1-d$ $R3 = R2-d$ $R4 = R3-d$

$R2 = 220-2.50$ $R3 = 217.50-2.50$ $R4 = 215-2.50$

$R2 = 217.50$ $R3 = 215$ $R4 = 212.50$

Si queremos saber cual será el pago de la renta numero treinta, tenemos:

$R30 = (4800/48)\ 1+(.60)(2)-(30-1)(.60/24)$

$R30 = 100\ 1+1.2-(29)(0.025)$

$R30 = 100(2.2-0.725)$

R30 = 100(1.475)

R30 = 147.50

NOTA: Al efectuar este pago el saldo es de $100.00 y los intereses son:

I = nC(i/p)

I = (1)(100)(.60/24)

I = 2.50

Y por lo tanto, dicho pago es de:

R48 = 100+2.50

R48 = 102.5

TABLA DE AMORTIZACIONES:

PERIODO	RENTA	INTERESES I = Cn(i/p)	AMORTIZACION A = R − I	SALDO INSOLUTO
0	–––––––––––––––––––	––––––––––––––––––	–––––––––––––––––––––––	$4,800.00
1	220	120	100	$4,700.00
2	217.50	117.50	100	$4,600.00
3	215	115	100	$4,500.00
4	212.50	112.50	100	$4.400.00
.				
.				
.				
30	147.50	47.50	100	$1,800.00
.				
.				
.				
47	105.00	5	100	$100.00
48	102.50	2.5	100	0

BONOS

TRANSFERENCIAS DE BONOS Y OBLIGACIONES

La primera es determinada por la empresa emisora y por lo tanto no puede cambiarse. Pero la de rendimiento si puede variarse y establecerse de acuerdo a las partes que intervienen.

Se trabaja por 2 medios:

CUPONES: Los intereses son constantes.

BONOS: Los intereses son variables.

Ejemplo: La compañía de teléfonos nacionales emitió bonos por $5,000.00 que devengan intereses del 42% y que vencen a la par el 1 de julio del 2000. Los intereses se pagan el primer día de los meses de Enero, Abril, Julio y Octubre de cada año, es decir cada trimestre. ¿Determinar su valor del 1 de octubre del 92 si se pretende ganar con el 40% nominal trimestral, determinar también el valor de la compra−venta en pesos al 1 de julio del 95?

Datos:

r = 42%

p = 4 trimestres al año

C = ¿

i = 40% nominal trimestral

M = $5,000.00

i/p = .40/4 = 0.1

n=?

np =?

Primero debemos obtener n:

Del 1 de octubre del 92 al 1 de octubre del 93, tenemos un año.

Del 1 de octubre del 93 al 1 de octubre del 94, tenemos un año.

Del 1 de octubre del 94 al 1 de julio del 95, tenemos 9 meses.

Por lo tanto tenemos 2 años 9 meses, lo que quiere decir que n tiene un valor de 2.75 años.

Después debemos obtener np:

Si n = 2.75 y p = 4 trimestres, tenemos que:

Np = (2.75)(4) = 11

Para conocer la renta tenemos:

R = M(r/p)

R = 5,000(.42/4)

R = $525.00

Teniendo todos los datos podemos encontrar el capital:

Formula:

−np −np

C = M(1+i/p) + R 1−(1+i/p) / (i/p)

−11 −11

C = 5000 (1+0.1) + 525 1−(1+0.1) / 0.1

C = 1,752.46 + 3,409.90

C = $5,162.36

INTERPRETACION: Significa que un inversionista pagara $1,752.46 por cada bono de

$ 5,000.00 y $3,409.90 por los 11 cupones de $525.00 que cada trimestre cobrara hasta el vencimiento.

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

APUNTES

17

Factor de fondo de amortización y es el valor de la renta de una anualidad cuyo fondo asciende a una unidad monetaria después de n pagos, a la tasa i por período de pago

nCi

R =

p

RP = nCi

RP

= C

ni

R = nCi

R

= C

ni

R

C =

N i/p

R

= i

nC

R

i =

nC

R

i/p =

nC

RP

i =

nC

R

n =

Ci

R

n =

C i/p

1/5 = 0.2 = 20 % anual

VALOR DE

EMISION

VALOR DE

COMPRA−VENTA

VALOR DE

REDENCION