

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Abril 2004

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 3\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (-1, 1)$, $\vec{v} = (-3, 2)$ y $\vec{w} = (2, 1)$

Solución:

$$\vec{z} = 3(-1, 1) - (-3, 2) + 2(2, 1) = (4, 3)$$

Problema 2 (1 puntos) Calcular la distancia entre los puntos $A(3, 2)$ y $B(5, -2)$

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (5, -2) - (3, 2) = (2, -4); \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

Problema 3 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-1, 1)$ y $B(7, 9)$ en cuatro partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}[(7, 9) - (-1, 1)] = (2, 2)$$

$$A_1 = A + (2, 2) = (-1, 1) + (2, 2) = (1, 3)$$

$$A_2 = A_1 + (2, 2) = (1, 3) + (2, 2) = (3, 5)$$

$$A_3 = A_2 + (2, 2) = (3, 5) + (2, 2) = (5, 7)$$

$$B = A_3 + (2, 2) = (5, 7) + (2, 2) = (7, 9)$$

Problema 4 (1 punto) Encontrar el punto simétrico B de $A(1, -1)$ respecto del punto $M(-2, 3)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1+x}{2} = -2 \implies x = -5 \\ \frac{-1+y}{2} = 3 \implies y = 7 \end{array} \right\} \implies (-5, 7)$$

Problema 5 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(2, 3)$ y $B(4, -5)$

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (4, -5) - (2, 3) = (2, -8)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (2, 3) + \lambda(2, -8)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 3 - 8\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-8}$

Ecuación General: $4x + y - 11 = 0$

Ecuación Implícita: $y = -4x + 11$, luego $m = -4$

Ecuación punto pendiente: $y - 3 = -4(x - 2)$

Problema 6 (1 punto) Hallar el punto de intersección de las rectas

$$2x + y + 8 = 0, \quad 3x - y - 3 = 0$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x + y + 8 = 0 \\ 3x - y - 3 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -1 \\ y = -6 \end{cases} \implies (-1, -6)$$

Problema 7 (1 punto) Calcular el ángulo que forman los vectores $\vec{u} = (1, 2)$ y $\vec{v} = (3, 1)$.

Solución:

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos \alpha \\ 3 + 2 &= \sqrt{5}\sqrt{10} \cos \alpha \implies \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{50}} \implies \alpha = 45^\circ \end{aligned}$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(3, -1)$ y radio $r = 2$

Solución:

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 2^2 \implies x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 16 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = 2 &\implies a = -1 \\ n = -2b = -8 &\implies b = 4 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = -16 &\implies r = \sqrt{33} \end{aligned} \right\} \implies C(-1, 4) \quad r = \sqrt{33}$$