

## Examen de Matemáticas 4º de ESO

### 3ªEvaluación (Final Junio 2004)

---

---

**Problema 1** (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos  $A(-1, 1)$  y  $B(8, 22)$  en tres partes iguales.

**Solución:**

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(8, 22) - (-1, 1)] = (3, 7)$$

$$A_1 = A + (3, 7) = (-1, 1) + (3, 7) = (2, 8)$$

$$A_2 = A_1 + (3, 7) = (2, 8) + (3, 7) = (5, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (3, 7) = (5, 15) + (3, 7) = (8, 22)$$

**Problema 2** (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos  $A(3, 1)$  y  $B(4, -1)$

**Solución:**

$$\overrightarrow{AB} = (4, -1) - (3, 1) = (1, -2)$$

Ecuación Vectorial:  $(x, y) = (3, 1) + \lambda(1, -2)$

$$\text{Ecuación Paramétrica: } \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \end{cases}$$

$$\text{Ecuación Continua: } \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2}$$

$$\text{Ecuación General: } 2x + y - 7 = 0$$

Ecuación Explícita:  $y = -2x + 7$ , luego  $m = -2$

Ecuación punto pendiente:  $y - 1 = -2(x - 3)$

**Problema 3** (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro  $C(2, -1)$  y radio  $r = 4$

**Solución:**

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4^2 \implies x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$$

**Problema 4** (2 puntos) Calcular el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 15}}{x - 6}$$

**Solución:**

Como no existen raíces cuadradas de números negativos, calculamos los intervalos en los que  $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5) \geq 0$ :

	$(-\infty, -5)$	$(-5, 3)$	$(3, +\infty)$
$x + 5$	-	+	+
$x - 3$	-	-	+
$x^2 + 2x - 15$	+	-	+

Si ahora quitamos el punto que anula el denominador nos queda:

$$\text{Dom } f(x) = (-\infty, -5] \cup [3, 6) \cup (6, +\infty)$$

**Problema 5** (1 punto) Comprobar la simetría de las siguientes funciones:

1.  $f(x) = \frac{x^4 - 3}{x^3}$

2.  $g(x) = \frac{x^3 + 1}{x^4}$

**Solución:**

1.  $f(-x) = \frac{(-x)^4 - 3}{(-x)^3} = -f(x) \implies$  impar

2.  $g(-x) = \frac{(-x)^3 + 1}{(-x)^4} = \frac{-x^3 + 1}{x^4} \implies$  ni par ni impar

**Problema 6** (1 punto) Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{2x - 3}{x + 1}$

**Solución:**

$$y = \frac{2x - 3}{x + 1}; \quad yx + y = 2x - 3; \quad yx - 2x = -y - 3; \quad (y - 2)x = -(y + 3) \implies$$

$$x = -\frac{y + 3}{y - 2} \implies f^{-1}(x) = -\frac{x + 3}{x - 2}$$

**Problema 7** (1 punto) Comprobar la simetría de las siguientes funciones:

1.  $f(x) = \frac{x^4 - 3}{x^3}$

2.  $g(x) = \frac{x^3 + 1}{x^4}$

**Solución:**

1.  $f(-x) = \frac{(-x)^4 - 3}{(-x)^3} = -f(x) \implies$  impar

2.  $g(-x) = \frac{(-x)^3 + 1}{(-x)^4} = \frac{-x^3 + 1}{x^4} \implies$  ni par ni impar

**Problema 8** (1 punto) Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{2x - 3}{x + 1}$

**Solución:**

$$y = \frac{2x - 3}{x + 1}; \quad yx + y = 2x - 3; \quad yx - 2x = -y - 3; \quad (y - 2)x = -(y + 3) \implies$$

$$x = -\frac{y + 3}{y - 2} \implies f^{-1}(x) = -\frac{x + 3}{x - 2}$$

**Problema 9** (2 punto) Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1} \right)^{5x^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{3x^2 + x - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x - 1}{x + 1} \right)^{4x-1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^5 + 2x + 1}{x^5 - 1} \right)^{x^2-1}$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1} \right)^{5x^2} = e^{-15}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{3x^2 + x - 1} = \frac{1}{3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1}{2x^3 - x^2 - 2x + 1} = \frac{1}{2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{x-2} = -\frac{1}{4}$$