

Examen de Matemáticas 4º de ESO
2ª Evaluación (Final Junio 2004)

Problema 1 (2 puntos) Calcular el MCD y el mcm de:

1. $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - x$, $Q(x) = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 1$
2. $P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2$, $Q(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3$

Solución:

1. $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - x$, $Q(x) = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 1$

$$P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - x = x(x-1)^2(2x-1)$$

$$Q(x) = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 1 = (x-1)(x+1)^2(2x-1)$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = (x-1)(2x-1)$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x(x-1)^2(x+1)^2(2x-1)$$

2. $P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2$, $Q(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3$

$$P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 = x^2(x+2)(x-1)^2$$

$$Q(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3 = x^3(x-1)(2x-1)$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = x^2(x-1)$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x^3(x-1)^2(x+2)(2x-1)$$

Problema 2 (2 puntos) Efectuar:

1. $\frac{x}{x-1} - \frac{3x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}$
2. $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1}\right)$
3. $\frac{3x}{x-1} \cdot \frac{5}{x}$

Solución:

1. $\frac{x}{x-1} - \frac{3x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{x^2-x-1}{x^2-1}$

2. $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1}\right) = \frac{x^3+1}{3x^2-x}$

$$3. \frac{3x}{x-1} \cdot \frac{5}{x} = \frac{15}{x-1}$$

Problema 3 (2 puntos) Sabiendo que $\tan \alpha = 4$ y que $\alpha \in$ tercer cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

Solución:

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \implies \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{17}} \implies \cos \alpha = -\frac{\sqrt{17}}{17} = -0,2425356250$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \implies \sin \alpha = -\frac{4\sqrt{17}}{17} = -0,9701425001$$

Problema 4 (2 puntos) Calcular el área de un octógono de 6cm de lado.

Solución:

$$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \implies \tan 22^\circ 30' = \frac{3}{h} \implies h = 7,242640687 \text{ cm}$$

$$S = \frac{p \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 7,242640687}{2} = 173,8233764 \text{ cm}^2$$

donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 5 (2 puntos) Una escalera de 10m de largo esta apoyada en una pared con un ángulo de 60° . Calcular la altura de pared hasta donde apoya la escalera, y la separación de ésta a la pared.

Solución:

$$\begin{cases} \sin 60^\circ = \frac{x}{10} \implies x = 10 \sin 60^\circ = 8,660254037 \text{ m} \\ \cos 60^\circ = \frac{y}{10} \implies y = 10 \cos 60^\circ = 5 \text{ m} \end{cases}$$