Dibujo

Trazado de Curvas cónicas

Las curvas cónicas son las secciones producidas por un plano secante sobre una superficie cónica de revolución. (Fig. 31)

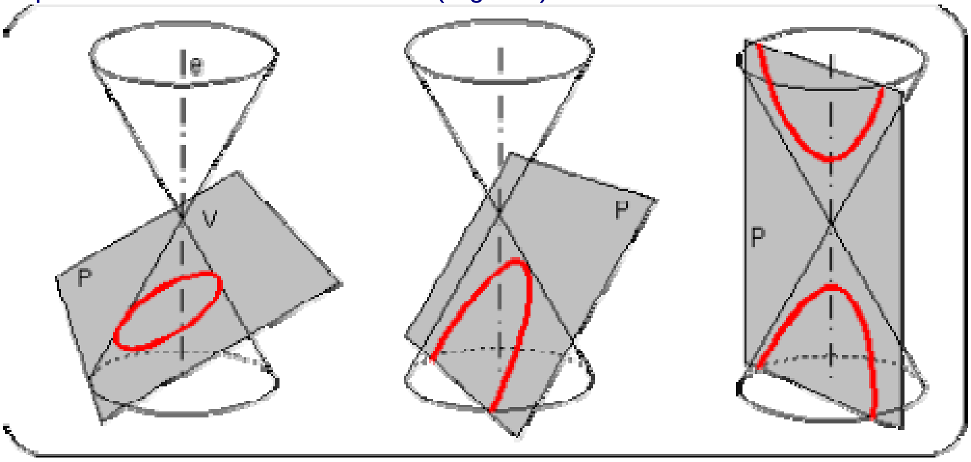

Fig. 31

Una superficie cónica de revolución es la generada por una recta que gira alrededor de un eje, e, fijo con el que se corta en un punto V.

Dependiendo del ángulo que forme el plano secante con el eje de la superficie cónica, se pruducen las distintas curvas cónicas. (Fig. 32)

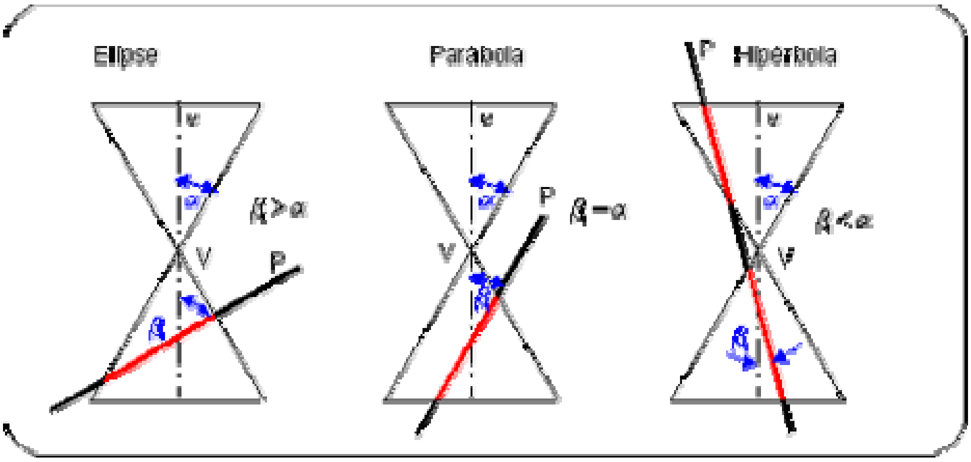

Fig. 32

Si el ángulo es mayor, igual o menor que el semiángulo del vértice de la superficie cónica, se producen, respectivamente, una elipse, una parábola o una hipérbola.

4.1. Elipse

Elementos de la elipse.

Las elipses poseen los siguientes elementos: (Fig. 33)

Ejes de simetría. Son perpendiculares en sus puntos medios. El valor del eje mayor AA' es 2a y el del eje menor BB' 2b. El punto de intersección de los ejes es el centro de simetría.

Focos. Son dos puntos fijos F y F', situados sobre el eje mayor y simétricos respecto al eje menor. FF' es igual a 2c.

Radios vectores. Son los segmentos comprendidos entre los puntos de la elipse y los focos. La suma de los radios vectores correspondientes a un mismo punto es igual a 2a.

Circunferencia principal. Es la que tiene su centro en el centro de la elipse y radio igual al semieje mayor.

Circunferencias Focales. Son las circunferencias con centro en los focos y radio igual a 2a.

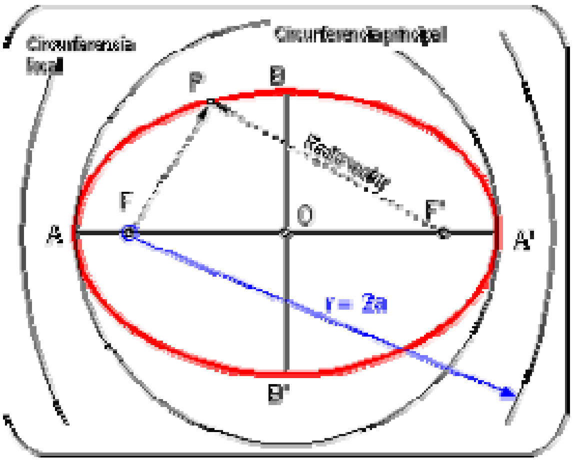

Fig. 33

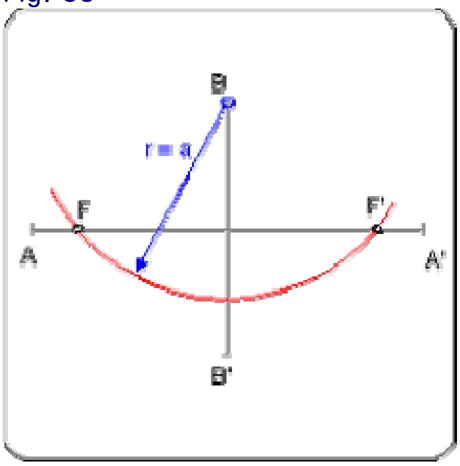

Fig. 34

La elipse es una curva cerrada y plana. Se define como el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distáncias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante e igual al eje mayor 2a.

Sea Pn un punto cualquiera de la elipse, se cumple que:

$$PnF + PnF' = 2a$$

Para determinar los focos F y F' de una elipse conocidos los ejes, se hace centro en un extremo del eje menor, B por ejemplo, y se traza un arco de radio igual al semieje mayor a. La intersección del arco con el eje mayor son los focos de la elipse. (Fig. 32)

Sabiendo que B es un punto de la elipse, se cumple que:

BF + BF' = 2a, como BF=BF', por estar B en un eje de simetría, resulta que BF=BF'=a.

Trazado de la elipse.

Método de los puntos.

Este método se basa en la definición de la elipse.

A partir de uno de los focos y hasta el centro de la elipse, dividimos el eje mayor AA', en segmentos complementarios cuya suma es 2a.

$$A1 + 1A' = A2 + 2A' = A3 + 3A' = 2a$$

Estos segmentos son las medidas de los radios vectores de un mismo punto. Hallamos los puntos que distan A1 de un foco y 1A' del otro, y así, con los demás segmentos. (Fig. 35)

El trazado de la elipse se realiza a mano alzada.

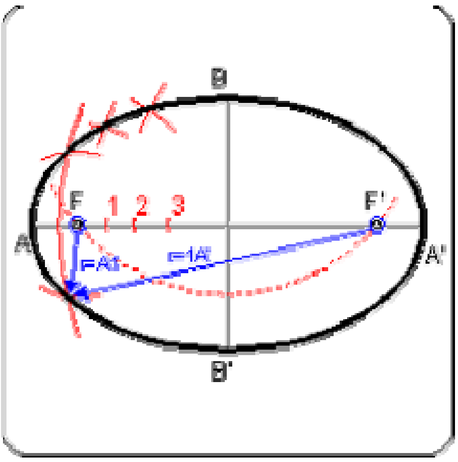

Fig. 35

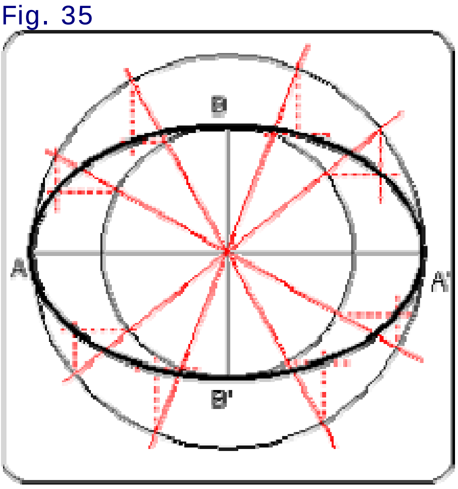

Fig. 36

Método de afinidad

Dibujados los ejes, se trazan las circunferencias de centro en O y radios los semiejes de la elipse. (Fig. 36)

Por los extremos de los diámetros de la circunferencia mayor trazamos paralelas al eje menor y por los extremos de los diámetros de la menor, paralelas el eje mayor.

Los puntos de intersección pertenecen a la elipse.

4.2. Parábola

La parábola es una curva abierta y plana. Se define como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco, y de una recta fija llamada directriz. Siendo Pn un punto cualquiera de la parábola, se cumple que:

$$PnF = Pnd$$

La parábola puede considerarse una elipse que tiene su centro en el infinito, y por tanto, sólo tiene un foco y un vértice real. La circunferencia principal tiene su centro en el infinito y pasa por el vértice, es pues, la recta perpendicular al eje mayor que pasa por el vértice. La circunferencia focal es una recta que coincide con la directriz, ya que tiene su centro en el foco del infinito. El vértice equidista del foco y de la directriz. (Fig. 37)

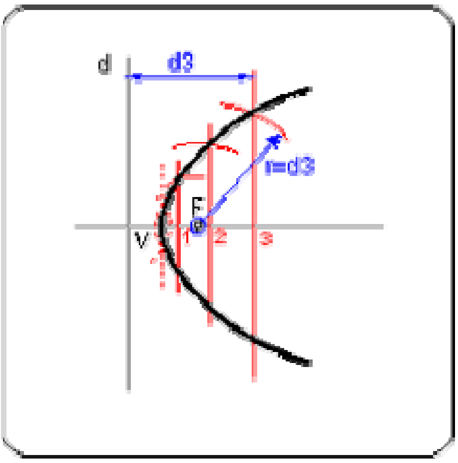

Fig. 37

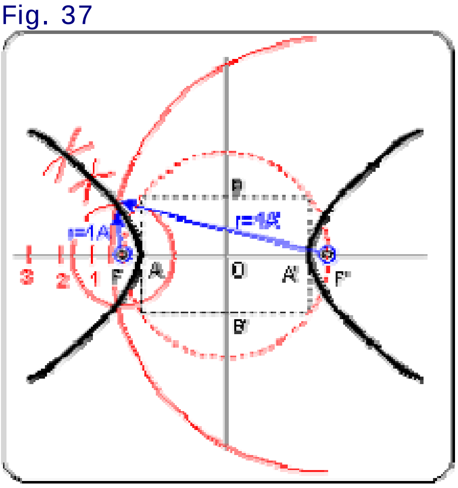

Fig. 38

4.3. Hipérbola

La hipérbola es una curva abierta y plana de dos ramas. Se define como el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante e igual a 2a. Siendo Pn un punto cualquiera de la hipérbola, se cumple que:

$$PnF - PnF' = AA' = 2a$$

La hipérbola tiene dos ejes de simetría, el eje real AA' = 2a y el eje imaginario BB' = 2b. Se cortan en el centro de simetría O. La circunferencia principal tiene su centro en O y r = a. Las circunferencias focales tienen los centros en F y F' y r = 2a.

Los focos se determinan sobre el eje real con una circunferencia de centro O y r = AB. (Fig. 38)

La hipérbola y la parábola, al igual que la elipse, se construyen por el método de los puntos aplicando las propiedades de sus definiciones.
