ECONOMICAS

LOS NÚMEROS

Clasificación de los números

Los números se pueden agrupar de la siguiente forma:
Naturales N: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6,.....
Enteros Z: -3,-2,-1, 0,1, 2, 3, 4,......(contienen a los naturales)
Racionales o fraccionarios o decimales periódicos Q: 1/3,8/4,5'6,-4'2333...,....(contienen a los enteros)
Irracionales o decimales no periódicos I: $\sqrt{3}$, π,1'24587215963...,.......
Reales R: sería la suma de todos los números racionales e irracionales

2. Opuesto, inverso y valor absoluto de un número

Tomar el valor absoluto de un número consiste en coger el número sin tener en cuenta el signo. Se simboliza con 2 rayas horizontales. Por ejemplo |5|=5 |-5|=5.
El opuesto de un número es aquel que tiene el mismo valor absoluto pero con distinto signo, esto quiere decir que si sumamos un número y su opuesto, el resultado sería 0. Por ejemplo, el opuesto del +5 es el -5 y se cumple que 5 + (-5) = 0.
El inverso de un número es aquel que multiplicado por este nos da 1. Por ejemplo el inverso de 5 es 1/5 ya que 5·1/5 = 1.

3. Obtención de la fracción generatriz

Las fracciones nos dan números decimales exactos, periódicos puros (sin anteperiodo) o periódicos mixtos (con anteperiodo).
10/4=2.5 exacto 1/3= $0'\widehat{3}$ periódico puro 743/90= $8'2\widehat{5}$ periódico mixto

A partir de una fracción obtenemos un número decimal, pero ¿A partir de un número decimal podemos obtener la fracción de donde proviene? Puede ocurrir dos casos:

a) Si el número es decimal exacto , se divide el número sin comas , entre un 1 seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal

$$87'256 = \frac{87256}{1000}$$

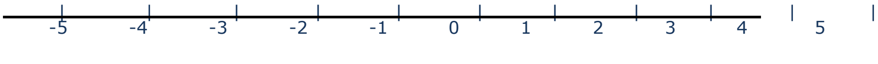
b) Si el número es decimal periódico se pone el número entero sin decimales ni ''gorritos'', se le resta la parte no periódica, y se divide por tantos nueves como cifras tenga el periodo y tantos ceros como cifras tenga el anteperiodo (si lo hay).

$$10'\hat{3} = \frac{103-10}{9} = \frac{93}{9} = \frac{31}{3}$$

$$5'23\hat{5} = \frac{5235-523}{900} = \frac{4712}{900} = \frac{1178}{225}$$

4. Ordenación de los números.

La ordenación de los números se hace en una recta que se llama <u>recta real</u>.



Una vez situados los números, será más grande aquel que esté situado más a la derecha, así por ejemplo el -2 es mayor que el -5.
Una forma de comparar dos números es utilizar los siguientes símbolos:

$>$ mayor que $6 > -4$
$<$ menor que $-5 < -2$
$\geq$ mayor o igual que $8 \geq 8$
$\leq$ menor o igual que $-1 \leq 6$

Si lo que se está comparando son fracciones, entonces tenemos dos opciones, o realizamos la división y comparamos los números decimales, o a partir de fracciones equivalentes comparamos las fracciones. Por ejemplo: ¿Qué es mayor 8/5 o 11/6?
8/5 = 1'6 y 11/6 = 1'83, luego 8/5 < 11/6.
La otra forma de hacerlo sería multiplicar el numerador y denominador de las dos fracciones por números de tal forma que el denominador sea el mismo: 8/5 = 48/30 y 11/6 = 55/30 luego es mayor 11/6 que 8/5 ya que 55 es más grande que 48.

5. Criterios de divisibilidad
Dados dos números a y b se dice que a es divisible por b o que a es múltiplo de b si la división a:b es una división exacta (resto nulo).
Los números que solo tienen como divisores a él mismo y la unidad se llaman números primos.
Para obtener los números primos es necesario recordar los siguientes criterios de divisibilidad:
Divisibilidad por 2: un número es divisible por 2 cuando acaba en 0 o en cifra par.
Divisibilidad por 3: un número es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es un múltiplo de 3
Divisibilidad por 4: un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras de la derecha son ceros o forman un número divisible por 4.
Divisibilidad por 5: un número es divisible por 5 cuando acaba en 0 o en 5.
Divisibilidad por 6: un número es divisible por 6 si lo es por 2 y por 3 a la vez.
Divisibilidad por 9: un número es divisible por 9 cuando lo es la suma de sus cifras.
Divisibilidad por 10: un número es divisible por 10 si termina en 0.
Divisibilidad por 11: un número es divisible por 11 cuando la suma de las cifras de lugar impar menos las de lugar par es 0 o múltiplo de 11. Por ejemplo 82709 y 4675 son múltiplos de 11

6. Cálculo del m.c.m. y m.c.d. de dos o más números
Lo primero que hay que hacer es descomponer los números en producto de factores primos.
m.c.m.= es el número más pequeño que se puede dividir por los dos a la vez, y se obtiene a partir de los factores comunes y no comunes al mayor exponente.

m.c.d.= es el mayor número que puede dividir a los dos a la vez, y se obtiene a partir de los factores comunes al menor exponente.

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

m.c.m.=$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ =300
m.c.d.=$3 \cdot 5$=15

$75=3 \cdot 5^2$ $60=2^2 \cdot 3 \cdot 5$

En este caso, 300 sería el menor número (mínimo) que se podría dividir por 75 y por 60 a la vez, ya que 300:75=4 300:60=5 .

Por otro lado, 15 sería el mayor número (máximo) que podría dividir a 75 y 60 , ya que 75:15=5 60:15=4 .
De esta forma se puede calcular intuitivamente el mcm y mcd de cualquier combinación de números, por ejemplo: 25 , 10 , 40 mcm=200 porque es el número más bajo que se puede dividir por los tres y mcd=5 porque es el número más alto que puede dividir a los tres .

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

1. Suma y resta de números enteros

Números del mismo signo se suman y se deja el signo. Números de distinto signo se restan el mayor del menor y se deja el signo del mayor.

+5+6=11   -5-6=-11   -5+6=1   +5-6=-1

En el caso de que tengamos muchos signos seguidos se pueden sumar los positivos por un lado y los negativos por otro y restarlos, dejando el signo del mayor.

5-2+8-4-1+6-2+4+7 =............

2. Producto y división de los números enteros

La regla de los signos nos dice que el producto o división de factores del mismo signo da +, y el de distinto signo da - .

(+5)·(+6)=+30   (-5)·(-6)=+30   (-5)·(+6)=-30   (+5)·(-6)=-30

(+8):(-4)=-2   (-8):(-4)=+2

En el caso de que haya varios productos seguidos se realizan las operaciones como si todos fueran positivos y al final se aplica la regla de los signos:

(+5)·(-2)·(+3)·(-1)·(+2)·(-10)=..........

3. Suma y resta con paréntesis , corchetes y llaves

Hay dos formas de realizar los ejercicios:

a) Quitar todos los paréntesis, después los corchetes y después las llaves , y por último realizar las operaciones .

$$5-\{+4-2+[-5+6-(4-7)]\}=5-\{+4-2+[-5+6-4+7]\}=5-\{+4-2-5+6-4+7\}=$$
$$5-4+2+5-6+4-7=-1$$

b) Realizar las operaciones poco a poco (recomendado) .

$$5-\{+4-2+[-5+6-(4-7)]\}=5-\{+4-2+[-5+6+3]\}=5-\{+4-2+4\}=5-6=-1$$

4. Suma , resta , multiplicación y división de números enteros

Si no hay paréntesis el orden de prioridad es:

1ºPotencias
2ºProductos y cocientes
3ºSumas y restas

5 + 3·2=11   5·3 + 2=17 8^2:4 + 5=64:4 + 5=16+5=21

5. Suma, resta, multiplicación y división con paréntesis, corchetes y llaves

Se recomienda ir haciendo las operaciones sencillas aparte, y siempre teniendo en cuenta que primero se realizan los productos y divisiones, y luego las sumas y los productos.

$$[8\bullet 5+4-(3+5-2\bullet 3)]:\{-4\bullet(6-8)-10\}=$$

OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

1. Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes si las dividimos con la calculadora y obtenemos el mismo número, por ejemplo 8/4 y 10/5.

Otra forma de definirlas sería: dos fracciones son equivalentes cuando al multiplicarlas en cruz obtenemos el mismo número.

En algunos casos basta con ver que numeradores y denominadores son proporcionales, ya que '' si en una fracción multiplicamos o dividimos arriba y abajo por el mismo número, obtenemos una fracción equivalente ''.

$\frac{2}{3}$ y $\frac{8}{12}$ son fracciones equivalentes pues 2·12=24 y 3·8=24 o también porque $\frac{2 \bullet 4}{3 \bullet 4} = \frac{8}{12}$

Esta propiedad de las fracciones se suele utilizar mucho para simplificar fracciones, dividiendo numerador y denominador por un divisor común (como máximo por su mcd), hasta obtener lo que se llama una fracción irreducible es decir, que no se puede simplificar más.

En algunos casos se confunde esta propiedad y se realizan mal las operaciones:

$\frac{15}{21} = \frac{3 \bullet 5}{3 \bullet 7} = \frac{5}{7}$ $\qquad$ $\frac{15}{21} = \frac{10+5}{10+11} \neq \frac{5}{11}$

Por lo tanto: ''solo se puede simplificar en una fracción cuando tengamos productos''.

En algunos casos se puede simplificar en una suma sacando factor común y convirtiendo la suma en un producto:

$$\frac{24+15}{9} = \frac{3 \bullet (8+5)}{3 \bullet 3} = \frac{13}{3}$$

2. Suma de dos fracciones

Pueden ocurrir dos casos:

1º Que tengan el mismo denominador. Se debe de sumar los numeradores y el denominador se deja igual.

$$\frac{3}{5} + \frac{9}{5} = \frac{12}{5}$$

2º Que no tengan el mismo denominador. Debemos de intentar encontrar fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Se pueden utilizar los siguientes métodos:

a) Utilizando fracciones equivalentes

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$$

este método solo es indicado cuando se tengan que realizar operaciones sencillas .

b) multiplicando en cruz

$$\frac{15}{60} + \frac{8}{12} = \frac{180+480}{720} = \frac{660}{720} = \frac{66}{72} = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

este método es el más sencillo , pero nos da valores muy altos que luego tenemos que simplificar . Se suele usar cuando los números son pequeños.

c) utilizando el m.c.m.

$$\frac{15}{60} + \frac{8}{12} = \frac{15}{60} + \frac{40}{60} = \frac{55}{60} = \frac{11}{12}$$

lo bueno de este método es que hay que simplificar mucho menos al final .

3. Suma de una fracción más un número entero:

Se le pone un 1 debajo y se suman las fracciones.

$$\frac{3}{4}+5=\frac{3}{4}+\frac{5}{1}=\frac{3+20}{4}=\frac{23}{4}$$

4. Suma de más de dos fracciones

a) Utilizando fracciones equivalentes:

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{7}{20}=\frac{8}{20}+\frac{6}{20}+\frac{7}{20}=\frac{21}{20}$$

b) Para multiplicar en cruz hay que tener cuidado de multiplicar los numeradores por todos los denominadores menos por el suyo.

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{4}{3}=\frac{60}{150}+\frac{45}{150}+\frac{200}{150}=\frac{305}{150}=\frac{61}{30}$$

c) El m.c.m. es igual que con dos fracciones.

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{4}{15}=\frac{12}{30}+\frac{9}{30}+\frac{8}{30}=\frac{29}{30}$$

4. Resta de fracciones

Se hace igual que en la suma teniendo mucho cuidado con los signos.

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}-\frac{4}{3}=\frac{60}{150}+\frac{45}{150}-\frac{200}{150}=\frac{-95}{150}=\frac{-19}{30}$$

No olvidemos que una fracción negativa se le puede poner el signo en el centro, en el numerador o en el denominador.

$$-\frac{2}{5}=\frac{-2}{5}=\frac{2}{-5}$$

5. Paréntesis , corchetes y llaves

Hay dos formas de realizar las operaciones:

a) Quitar primero los paréntesis, luego los corchetes y después las llaves, y al final hacer las operaciones. No es muy recomendable.

$$\frac{2}{5}-\left\{\frac{1}{3}-\frac{4}{6}+\left(-\frac{5}{3}+6\right)\right\}=\frac{2}{5}-\left\{\frac{1}{3}-\frac{4}{6}-\frac{5}{3}+6\right\}=\frac{2}{5}-\frac{1}{3}+\frac{4}{6}+\frac{5}{3}-6=\frac{12-10+20+50-180}{30}=$$

$$\frac{-108}{30}=\frac{-18}{5}$$

b) Hacer las operaciones paso a paso .

$$\frac{2}{5}-\left\{\frac{1}{3}-\frac{4}{6}+\left(-\frac{5}{3}+6\right)\right\}=\frac{2}{5}-\left\{\frac{1}{3}-\frac{4}{6}+\frac{13}{3}\right\}=\frac{2}{5}-\left\{\frac{2-4+26}{6}\right\}=\frac{2}{5}-\{4\}=\frac{2-20}{5}=\frac{-18}{5}$$

6. Producto de fracciones

Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador

$$\frac{2}{3}\bullet\frac{5}{4}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$$

$$2\bullet\frac{5}{4}=\frac{2}{1}\bullet\frac{5}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$$

$$\frac{4}{3}\bullet\frac{5}{4}\bullet 6=\frac{120}{12}=10$$

7. División de fracciones

Se multiplican en cruz.

$$\frac{2}{5}:\frac{6}{7}=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$$

$$4:\frac{8}{3}=\frac{4}{1}:\frac{8}{3}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

En el caso de que haya más de una división seguida debe de indicarse con paréntesis cual se hace primero. Lo mismo ocurriría si hubiese un producto y una división seguidas.

8. Suma, resta , multiplicación y división de fracciones

En el caso de que tengamos varias operaciones a la vez, se realizarán en primer lugar los productos y divisiones.

$$\frac{1}{5}-\frac{2}{3}\bullet\frac{6}{5}+8=\frac{1}{5}-\frac{12}{15}+8=\frac{3-12+120}{15}=\frac{111}{15}=\frac{37}{5}$$

9. Paréntesis , corchetes y llaves

Es combinar todo lo visto hasta ahora, aunque se recomienda ir haciendo las operaciones poco a poco, siempre teniendo en cuenta que se realizan en primer lugar los productos y divisiones, y después las sumas y las restas .

$$\frac{2}{5}\bullet\left\{\frac{-2}{3}+\frac{1}{6}-\left[\frac{4}{3}:\left(\frac{8}{9}+2\right)-\frac{1}{3}\right]+\frac{5}{12}\right\}=.......$$

OPERACIONES CON POTENCIAS

1. Definición de potencia de exponente entero

Una potencia es un símbolo que expresa una multiplicación en la que todos los factores son iguales: $5^4=5\cdot5\cdot5\cdot5=625$

5^4 Exponente

Base

Pueden ocurrir dos casos :

a) La base es un número entero

$5^3=5\cdot5\cdot5=125$

$5^1=5$

$5^0=1$ pues cualquier número elevado a cero es 1.

$(-5)^2=(-5)\cdot(-5)=+25$ o dicho de otra forma , si la base de una potencia es un número negativo y su exponente es par entonces el resultado es positivo .

$(-5)^3=(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)=-125$ o dicho de otra forma , si la base de una potencia es un número negativo y su exponente es impar entonces el resultado es negativo .

Pero....¿Qué ocurre si el exponente también es negativo ?........pues que obtenemos el número inverso (no confundir con el opuesto , el opuesto del 6 es el -6 y el inverso es 1/6)

$5^{-3}=\frac{1}{5^3}=\frac{1}{125}$

$(-2)^{-4}=\frac{1}{(-2)^4}=\frac{1}{16}$

Nota: mucho cuidado con las siguientes notaciones que parecen iguales:

$(-5)^2=25$ $-5^2=-25$ $(-5)^3=-125$ $-5^3=-125$

si no se pone paréntesis , el signo no entra dentro del exponente .

b) La base es un número fraccionario

Cuando una fracción aparece elevada a un exponente positivo se eleva numerador y denominador:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

Pero si el exponente es negativo primero calculamos el inverso del número y después se elevan numerador y denominador al exponente que se ha convertido en positivo.

Puesto que el inverso de $6 = \frac{6}{1}$ es $\frac{1}{6}$ esto quiere decir que el inverso de $\frac{3}{5}$ es $\frac{5}{3}$, y por lo tanto:

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

2. Propiedades de las potencias

1ª El <u>producto de dos potencias de la misma base</u> es otra potencia que tiene por base la misma y por exponente <u>la suma de los exponentes</u>.
$5^3 \cdot 5^4 = 5^7$

2ª El <u>cociente de dos potencias de la misma base</u> es otra potencia que tiene por base la misma y por exponente <u>la diferencia de los exponentes</u>.

$$\frac{2^8}{2^5} = 2^3$$

3ª La <u>potencia de una potencia</u> es otra potencia que tiene por base la misma y por exponente <u>el producto de los exponentes</u>.
$(2^3)^4 = 2^{12}$

4ª El <u>producto de dos potencias con el mismo exponente</u> es otra potencia que tiene por base el producto de las bases y por exponente el mismo.
$3^2 \cdot 5^2 = 15^2$

5ª El <u>cociente de dos potencias con el mismo exponente</u> es otra potencia que tiene por base el cociente de las bases y por exponente el mismo.

$$\frac{10^3}{5^3} = 2^3$$

Todas estas propiedades valen para las fracciones.

Nota: no hay propiedades para la suma de potencias, ni tampoco para potencias que no tengan nada en común, como por ejemplo: $2^3+2^2 \neq 2^5$ ya que $8+4 \neq 32$ y $2^3 \cdot 5^2 \neq 10^5$ ya que $8 \cdot 25 \neq 100000$

Nota: Cuando en una fracción aparecen potencias se pueden subir al numerador o bajar al denominador sin más que cambiar el signo al exponente:

$$\frac{3^4}{3^{-2}} = 3^4 \bullet 3^2 = 3^6 \qquad \frac{5^{-2} \bullet 5^4}{5^1 \bullet 5^{-3}} = \frac{5^3 \bullet 5^4}{5^1 \bullet 5^2} = \frac{5^7}{5^3} = 5^4$$

3. Lenguaje científico: potencias de 10 y redondeo.

Puesto que en la ciencia se habla de cantidades muy grandes o muy pequeñas (distancia de la Tierra a la Luna, número de partículas en un litro de sustancia, volumen de un átomo....), se utilizan las potencias de 10 para simplificar los cálculos .

10	10
10^2=100	10^{-1}=1/10=0'1
10^3=100	10^{-2}=1/100=0'01
.....	10^{-3}=1/1000=0'001
10^7=10000000	....
$5 \cdot 10^2 = 5 \cdot 100 = 500$	10^{-6}=0'000001

$8\cdot10^5=800000$

$7'5\cdot10^3=7'5\cdot1000=750$

$6'25\cdot10^4=6'25\cdot10000=62500$

$5\cdot10^{-1}=5\cdot1/10=5/10=0'5$
$=5\cdot0'1=0'5$

$6'4\cdot10^{-3}=6'4/1000=0'0064$
$=6'4\cdot0'001=0'0064$

$0'0052\cdot10^{-2}=0'0052/100=0'000052$
$=0'0052\cdot0'01=0'000052$

Por lo tanto cuando un número se multiplica por una potencia de 10 de exponente positivo se mueve la coma hacia la derecha tantos lugares como indique el exponente.
Si por el contrario el exponente de la potencia de 10 es negativo, se mueve la coma hacia la izquierda.
Otra cosa que también utilizan los científicos es el redondeo de números. Redondear un número es obtener otro número aproximado al primero, mucho más fácil de manejar, y consiste simplemente en despreciar las cifras que no interesen. Si por ejemplo la distancia de Plutón al Sol es de 5.913.498.763.856 km se puede redondear a 6.000.000.000.000 km y utilizando la notación científica $6\cdot10^{12}$km.
Redondear un número hasta n cifras es sustituir por ceros todas las cifras siguientes a la de orden n. La cifra de orden n se deja como está si la que sigue es menor que 5, y se aumenta en una unidad si la que sigue es mayor o igual que 5. Por ejemplo:
Redondear el número 3'684684..... hasta:
a) las décimas: 3'7
b) las centésimas: 3'68
c) las milésimas: 3'685
d) el entero más próximo: 4
El error de una aproximación es la diferencia entre el valor exacto y el valor aproximado.

SISTEMAS DE MEDIDA

1. Sistemas de medida

Los sistemas de medida se basan fundamentalmente en las potencias de 10 y utilizan casi siempre los mismos prefijos.
mili$=10^{-3}=1/1000=0'001$
centi$=10^{-2}=1/100=0'01$
deci$=10^{-1}=1/10=0'1$
......
Deca=10
hecto$=10^2=100$
kilo$=10^3=1000$
Miria$=10^4=10000$

2. Medida de longitud

La unidad fundamental de longitud es el metro. Por lo tanto tendremos:
mm=0'001m=10^{-3}m $\Rightarrow$ 1m=1000mm
cm=0'01m=10^{-2}m $\Rightarrow$ 1m=100cm
dm=0'1m=10^{-1}m $\Rightarrow$ 1m=10cm
m
Dm=10m=10^1m (también se puede escribir dam)
Hm=100m=10^2m
Km=1000m=10^3m
Mm=10000m=10^4m

3. Medida de masa

La unidad fundamental de masa es el gramo. Por lo tanto tendremos:
mgr=0'001gr=10^{-3}gr $\Rightarrow$ 1gr=1000mgr

$cgr=0'01gr=10^{-2}gr \Rightarrow 1gr=100cgr$
$dgr=0'1gr=10^{-1}gr \Rightarrow 1gr=10gr$
gr
$Dgr=10gr=10^{1}gr$
$Hgr=100gr=10^{2}gr$
$Kgr=1000gr=10^{3}gr$
$Mgr=10000gr=10^{4}gr$
$Qm=100000gr=10^{5}gr$ (quintal métrico)
$Tm=1000000gr=10^{6}gr$ (tonelada métrica)

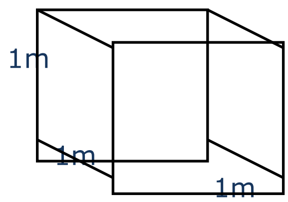
4. Medida de tiempo

La unidad fundamental de tiempo es el segundo.
$msg=0'001sg=10^{-3}sg$ (milésima de sg) $\Rightarrow 1sg=1000msg$
$csg=0'01sg=10^{-2}sg$ (centésima de sg) $\Rightarrow 1sg=100csg$
$dsg=0'1sg=10^{-1}sg$ (décima de sg) $\Rightarrow 1sg=10dsg$
sg
minuto=60sg
Hora=3600sg
Día=86400sg
Año=31536000sg

5. Medida de superficie y volumen

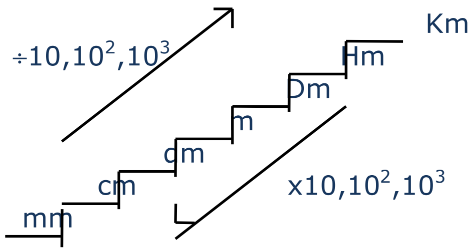
La unidad fundamental son los m^2 y m^3.

Área del cuadrado = lado*lado $=1m\cdot 1m=1m^2$
$=10dm\cdot 10dm=100dm^2$
$=100cm\cdot 100cm=10000cm^2$
$=1000mm\cdot 1000mm=1000000mm^2$
$= 0'1Dm\cdot 0'1Dm = 0'01Dm^2$
$= 0'01Hm\cdot 0'01Hm= 0'0001Hm^2$
$= 0'001Km\cdot 0'001Km=0'000001Km^2$



Volumen del cuadrado: lado*lado*lado $=1m\cdot 1m\cdot 1m=1m^3$
$=10dm\cdot 10dm\cdot 10dm=1000dm^3$
$=100cm\cdot 100cm\cdot 100cm=10^{6}cm^3$
$=1000mm\cdot 1000mm\cdot 1000mm=10^{9}mm^3$

Escalera de conversión:



Recordar que por ejemplo multiplicar por 100 es añadir dos ceros o mover la coma dos lugares a la derecha, y dividir por cien es mover la coma dos lugares hacia la izquierda.

6. Medida de capacidad

La unidad fundamental de capacidad (cantidad de gas o líquido que cabe dentro de un recipiente) es el litro , es decir , cuando hablamos de líquidos y gases , la unidad fundamental no son los metros cúbicos , si no que son los litros .

ml=0'001l=10^{-3}l($\Leftrightarrow$1cm^3)$\Rightarrow$ 1l=1000ml

cl=0'01l=10^{-2}l $\Rightarrow$ 1l=100cl

dl=0'1l=10^{-1}l $\Rightarrow$ 1l=10dl

l($\Leftrightarrow$1dm^3)

Dl=10l=10^{1}l

Hl=100l=10^{2}l

Kl=1000l=10^{3}l($\Leftrightarrow$1m^3)

Ml=10000l=10^{4}l

Por lo tanto recordar que:

1Kl=1m^3 es decir, un metro cúbico de agua 1m·1m·1m contiene 1000 litros de agua

1l=1dm^3 es decir, un litro de agua ocupa un cubo de 10cm·10cm·10cm

1ml=1cm^3 es decir, un mililitro de agua ocupa un dado de 1cm·1cm·1cm

OPERACIONES CON NÚMEROS IRRACIONALES

1. La raíz cuadrada, cúbica y de índice cualquiera.

La raíz cuadrada de un número a es otro número b que elevado al cuadrado nos da el primero. Consecuencias:

a) Todo número positivo tiene dos raíces cuadradas.

b) Los números negativos no tienen raíz cuadrada.

c) La obtención de la raíz cuadrada es la inversa de elevar al cuadrado. Así:

$$\sqrt{7^2} = 7 \qquad \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$$

La raíz cúbica de un número a es otro número b que elevado al cubo nos da el primero. Consecuencias:

a) Todo número positivo tiene una única raíz cúbica.

b) Los números negativos si tienen raíz cúbica

c) La obtención de la raíz cúbica es la inversa de elevar al cubo. Así:

$$\sqrt[3]{7^3} = 7 \qquad \left(\sqrt[3]{4}\right)^3 = 4$$

La raíz n-ésima de un número a es otro número b que elevado a n nos da el primero.

$\boxed{\text{índice}}$ $\longrightarrow$ $\sqrt[n]{a} = b$

$\boxed{\text{radicando}}$

2. Suma y resta de raíces

Solo se pueden sumar y restar raíces del mismo índice y mismo radicando:

$$\sqrt{16} + \sqrt{16} = 2\sqrt{16}$$

Como se puede comprobar, la raíz de una suma o resta no es la suma de raíces:

$$\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$$

3. Producto y división de raíces

Solo se pueden multiplicar y dividir raíces del mismo índice:

$$\sqrt[3]{8}\bullet\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{216} \qquad \sqrt{64}:\sqrt{4}=\sqrt{16}$$

También se puede decir al revés, es decir, la raíz de un producto es el producto de raíces (lo mismo para el cociente):

$$\sqrt{16\bullet 4}=\sqrt{16}\bullet\sqrt{4} \qquad \sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

Por otro lado veamos el siguiente ejemplo:

$$\left(\sqrt{14}\right)^2=\sqrt{14}\bullet\sqrt{14}=\sqrt{(14)^2}=14$$

Del este ejemplo se puede obtener que el exponente de una potencia y el índice de una raíz se pueden simplificar si son iguales y también que el exponente de una raíz se puede pasar dentro de ella.

4. Propiedad fundamental de las raíces
Si se multiplican o dividen el índice de una raíz y el exponente del radicando por el mismo número, el valor de la raíz no varía.
Esta propiedad nos permite multiplicar y dividir raíces de distinto índice.
5. Raíz de una raíz
Para calcular la raíz de una raíz, se multiplican los índices

6. Potencia de una raíz
La potencia de una raíz es la raíz de la potencia.

7. Otras operaciones con raíces
En algunas ocasiones se puede simplificar las raíces convirtiendo el radicando en producto de potencias:

$$\sqrt{108}=\sqrt{2^7}=\sqrt{2^2\bullet 2^2\bullet 2^2\bullet 2}=2\bullet 2\bullet 2\bullet\sqrt{2}=8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{180}=\sqrt{2^2\bullet 3^2\bullet 5}=6\sqrt{5}$$

$$\sqrt[3]{576}=\sqrt[3]{2^6\bullet 3^2}=4\sqrt[3]{9}$$

En otras ocasiones lo que se intenta es introducir números dentro de una raíz , para lo cual debemos de elevarlos al índice de la raíz :

$$3\sqrt{5}=\sqrt{45} \qquad 2\sqrt[3]{10}=\sqrt[3]{80}$$

7. Racionalizar

Consiste en quitar las raíces que puedan aparecer en el denominador. Puede ocurrir dos casos:
1º Que el denominador sea una raíz cuadrada: en este caso se multiplica numerador y denominador por la misma raíz.

$$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\bullet\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

2º Que el denominador no sea una raíz cuadrada: en este caso se multiplica numerador y denominador por una raíz del mismo índice que el denominador, pero con un radicando elevado a un exponente que haga desaparecer la raíz del denominador .

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2}}=\frac{5\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\bullet\sqrt[3]{2^2}}=\frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$$

3º Que el denominador sea un binomio con raíces cuadradas: en este caso debemos de multiplicar numerador y denominador por el conjugado.

$$\frac{2}{5-\sqrt{3}} = \frac{2\bullet(5+\sqrt{3})}{(5-\sqrt{3})\bullet(5+\sqrt{3})} = \frac{10+2\sqrt{3}}{25-3} = \frac{10+2\sqrt{3}}{22}$$

PROPORCIONALIDAD NUMÉRICA

Magnitudes directamente proporcionales

Son dos magnitudes relacionadas de tal forma que al multiplicar una de ellas por un valor, la otra también queda multiplicada por el mismo, es decir, si aumenta o disminuye una magnitud, la otra también . El cociente entre dos magnitudes directamente proporcionales es constante, y se llama **constante de proporcionalidad**.

Ejemplo:

Para hacer mermelada de fresa se necesita cierta cantidad de azúcar por cada kilo de fresa, es decir cuanta más mermelada queramos tener más fresas y por lo tanto más azúcar debemos de echar. En la siguiente tabla se muestran algunas de estas cantidades:

	Cantidad (kg)				
Fresas	4	12	20	?	35
Azúcar	2	6	?	14	?

En este ejemplo las dos magnitudes son directamente proporcionales porque al aumentar una, aumenta la otra en la misma proporción.

La constante de proporcionalidad es 4/2=12/6=20/10=28/14=35/17'5=2

Observa también que eligiendo dos fracciones cualesquiera el producto de extremos es igual al producto de medios: 4·6 = 2·12

Esta última propiedad nos va a servir para hacer lo que se llama las **reglas de tres directa**, así por ejemplo cogiendo la segunda y tercera fracción:

12·? = 6·20 $\Rightarrow$? = 120/12=10

Se suele expresar estos cálculos de esta otra forma

12 ----------------20

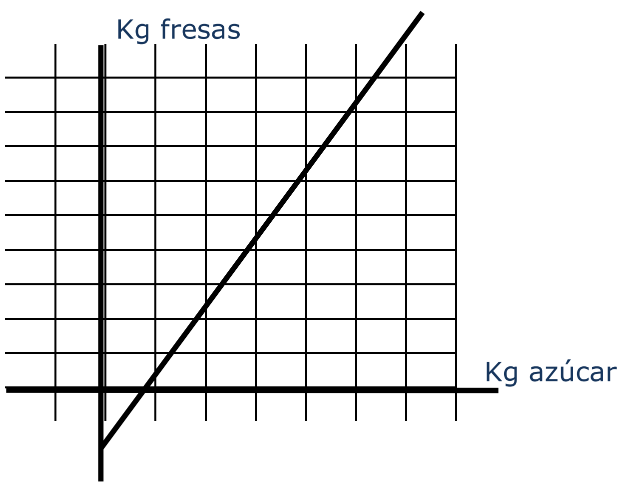
6 ---------------- x x = (6 · 20)/12 = 10

O también:

12 ---------------- 6

20 ---------------- x x = (20·6)/12 = 10

Si representamos gráficamente dos magnitudes directamente proporcionales obtendremos una **recta**.



En la recta podemos observar como por cada unidad que aumenta al azúcar, aumenta 2 unidades la cantidad de fresas (recordemos que 2 es la constante de proporcionalidad) .

Porcentajes

Los porcentajes o tantos por ciento expresan la razón entre dos magnitudes directamente proporcionales e indican la cantidad o valor de una de ellas que corresponde a 100 de la otra, por ejemplo si nos dicen que el 70% de los alumnos del instituto está vacunado contra la hepatitis, quiere decir que por cada 100 alumnos, 70 están vacunados, y que por lo tanto si el instituto tiene 200 alumnos , habrá 140 vacunados .

El cálculo del tanto por ciento de una cantidad es un caso particular de regla de tres en el cual uno de los valores conocidos es siempre 100. Así, para hallar el 70% de 200 alumnos haríamos:

100%--------------200
70% -------------- x   x = (200·70)/100 = 140

O también:

100 -------------- 70
200 -------------- x   x = (200·70)/100 = 140

Interés simple

Si depositamos en una cuenta bancaria una cantidad de dinero, que se llama **capital**, al cabo de un tiempo tendremos el capital que habíamos depositado más otra cantidad de dinero que el banco nos abona y que se llama **interés** .

El interés que producen 100 pts depositadas en una cuenta bancaria <u>durante un año</u> se llama **rédito o tanto por ciento**.

Ejemplo:

Metemos una cierta cantidad de dinero con un rédito del 4%

Capital (pts)	100	200	300	1.000	300.000	?
Interéses(pts)	4	8	12	40	?	6.000

En esta tabla se observa que fijado el rédito (4%) y el tiempo (1 año) , los interéses son directamente proporcionales a los capitales (a doble capital , doble interés , a triple capital , triple interés , etc)

100   ------------- 4
300.000 ------------- x   x = (300.000·4)/100 = 12000 pts (en un año)

Los bancos también nos pueden prestar dinero, entonces somos nosotros los que al cabo de un tiempo fijado, debemos devolver al banco todo el capital que nos prestó , más un interés que será lo que gana el banco con esa operación .

Ejemplo:

Si el banco nos ha prestado 1.000.000 pts a un 8% por cada año y debemos devolverlo en 5 años ¿cuánto dinero pagaremos al banco?

100   ----------- 8
1.000.000 ----------- x   x = (1.000.000·8)/100 = 80.000 pts al año, luego en 5 años debemos de pagar de intereses 80.000·5=400.000 pts.

En total hay que pagar al banco 1.000.000 + 400.000 = 1.400.000 pts en 5 años.

Si queremos pagar este dinero mensualmente entonces 12·5 = 60 meses ⇒ 1.400.000/60 = 23.333'3 pts.

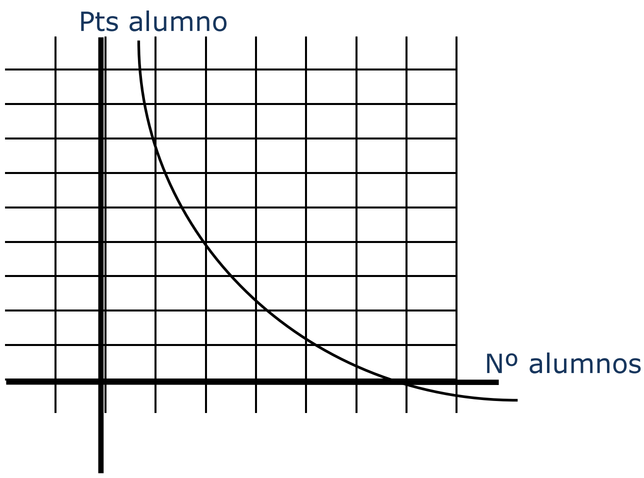
En la realidad esto no se hace así ya que se utiliza lo que se llama interés compuesto, que es mucho más complicado pues se tiene en cuenta los intereses de los intereses.

Magnitudes inversamente proporcionales

Son dos magnitudes relacionadas de tal forma que al multiplicar una de ellas por un valor, la otra queda dividida por el mismo valor. En este caso el producto de cada par de valores correspondientes a dos magnitudes inversamente proporcionales es constante, y se llama **constante de proporcionalidad inversa**.
Ejemplo:
Para organizar una fiesta de cumpleaños un grupo de amigos alquila un local por un precio fijo. En un principio son 12 amigos y les toca pagar 500 pts a cada uno, eso quiere decir que el local cuesta 12·500 = 6000 pts el local. Si en lugar de ir 12 amigos, fuesen muchos más, les tocaría pagar menos a cada uno .Veamos la tabla que relaciona el número de amigos con lo que les toca pagar:

Nº amigos	?	6	12	24	48
Dinero por persona	2000	?	500	250	?

En este caso siempre el producto del número de amigos, por lo que paga cada uno debe ser de 6000 pts, luego 12·500=24·250=6000 (constante de proporcionalidad inversa)
Por tanto si queremos calcular cuánto pagarían 6 amigos:
6·? = 12·500 ⇒ ? = 6000/6 = 1000 pts
Esta última propiedad nos va a servir para hacer lo que se llama una **regla de tres inversa**, se suelen expresar los cálculos de la siguiente forma.
12 ------------ 500
6 ------------ x x = (12·500)/6 = 1000
Si representamos gráficamente dos magnitudes inversamente proporcionales obtendremos una **hipérbola**:



http://www.loseskakeados.com