SOLUCIONES EJERCICIOS GEOMETRÍA (PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD)

1. a) Las rectas r y s son paralelas.
   b) $\pi = -3x + 4y + 2z - 1 = 0$

2. a) Los puntos A, B, C, D son coplanarios.
   b) Los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{CD}$ son proporcionales. Los vectores $\vec{BD}$ y $\vec{AD}$ son proporcionales. Por tanto, el polígono $ABCD$ es un paralelogramo. Su área es $A = 2\sqrt{251}u^2$.
   c) $d = \dfrac{41}{\sqrt{251}}\ u.$

3. a) $t \equiv \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = 21\lambda \\ z = 34\lambda \end{cases}$
   b) $d(r,s) = \dfrac{16\sqrt{2}}{5}$

4. $R(5,-1,6)$

5. $s \equiv \begin{cases} x = -\lambda \\ y = -\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

6. a) La recta está contenida en el plano.
   b) $t \equiv \begin{cases} x = 4 - 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ Ecuación en forma general $s \equiv \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x + y + 4z - 7 = 0 \end{cases}$
   c) Sea R un punto genérico de s, el vector $\vec{RQ} = (3-\lambda, -2-2\lambda, -1+\lambda)$ es perpendicular al vector $\vec{d_r}$. Por tanto cualquier punto de s forma con el punto Q un vector perpendicular a la recta r.

7. a) $Q = (3,-2,3)$. $R = (5,-3,4)$
   b) $H = (11,-6,7)$ y $H' = (-9,4,3)$. El plano paralelo al plano π que contiene al punto H que se encuentra a $5\sqrt{6}$ unidades del punto P en el sentido del vector $\vec{PQ}$ se obtiene con H y es $2x - y + z - 35 = 0$

8. a) $P = (-\frac{8}{11}, -\frac{24}{11}, -\frac{8}{11})$
   b) $cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{11}}$
   c) $V = \dfrac{32}{9}\ u^3$

9. a) $\pi = 2x - 4z - 2 = 0$
   b) $d(r,s) = \dfrac{7}{\sqrt{5}}$
   c) No se cortan, las rectas se cruzan.

10. a) $t \equiv \begin{cases} -12x - 11y - 57z - 217 = 0 \\ 35x + 53y - 22z = 0 \end{cases}$
    b) $d(r,s) = \dfrac{5\sqrt{251}}{251}$

11. a) $\pi \equiv 5x - 4y - 3z + 1 = 0$
    b) $d(A,s) = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

12. a) $V = 1\ u^3$

b) $O' = (\frac{72}{49}, \frac{36}{49}, \frac{24}{49})$

13. a) $t \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ Ecuación en forma general $t \equiv \begin{cases} y + z - 4 = 0 \\ 2x = 0 \end{cases}$

    b) $d(r, s) = \sqrt{2}$

14. $a = \frac{9}{2}$

15. a) $a \neq -2$ y $b = -2$

    b) $r \equiv \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \lambda \\ z = -2 + 3\lambda \end{cases}$

    c) $2x - 3y + z - 1 = 0$

16. a) $d(P, r) = \sqrt{\frac{59}{7}}$

    b) $P' = (-\frac{12}{7}, \frac{20}{7}, -\frac{31}{7})$

17. a) $a = -11$

    b) $A(-1/2, -1, -7/2)$ y $A'(-5/2, 1, -15/2)$

    c) $cos(r, \pi) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

18. $s \equiv \frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$

19. $a = 1$ y $b = -1$

20. $\pi' = 2x - y + 2z + 10 = 0$ y $\pi'' = 2x - y + 2z - 8 = 0$

21. a) $a = 0$

    b) $11x - y - 7z + 11 = 0$

22. $20x - 19y + 17z = 0$

23. a) Son los puntos que pertenecen a la recta $\begin{cases} 2x + 2y - 6z + 1 = 0 \\ 4x - 2y - 8z + 5 = 0 \end{cases}$

    El punto $(-1, \frac{1}{2}, 0)$ pertenece al plano π

    b) $7x + 2y + 3z - 11 = 0$

24. a) $\frac{x}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+2}{6}$

    b) Planos bisectrices $x + 4y - 3z - 6 = 0$ y $3x + z + 2 = 0$

25. a) r y s son paralelas

    b) $d(r, s) = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{17}}$

26. a) $V = 32 \quad u^3$

    b) $\begin{cases} 8x + 7y + 11z - 16 = 0 \\ 3x + y + 9z - 8 = 0 \end{cases}$

27. a) Se cortan

    b) $P(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0) \quad \vec{d} = (0, 2, 1)$

28. a) $2x + y + 2z - 2 = 0$

b) $-2x+y+z-3=0$

c) $V=\dfrac{4}{3}\ u^3$

29. a) $P_1=(3,0,0)$ y $P_2=(\frac{1}{2},-\frac{5}{4},-\frac{5}{2})$

b) $V=\dfrac{1}{36}\ u^3$

c) $\begin{cases} x=3+2\lambda \\ y=\lambda \\ z=\frac{5}{3}+\frac{5}{3}\lambda \end{cases}$

30. a) $(\frac{4}{3},-\frac{10}{3},-\frac{2}{3})$

b) $\begin{cases} x=0 \\ y=\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$